

Dipl.-Kfm. Ansgar Ostermann

Kursberechnung für verzinsliche Wertpapiere



Vorwort

Vor dem Kauf von Anleihen stellt sich die Frage, ob diese zu einem fairen Kurs erworben werden können. Hat man eine konkrete Renditeerwartung in Bezug auf eine bestimmte Anleihe, lässt sich ein zugehöriger fairer Kurs für diese Anleihe berechnen, der dann mit börslichen Briefkursen verglichen werden kann.

Das vorliegende Skript führt in die Grundlagen der Kursberechnung für verzinsliche Wertpapiere ein.

Ich freue mich über Anregungen, Kritik, Fehlerhinweise und Verbesserungsvorschläge, die Sie an folgende E-Mail-Adresse richten können:

ieff-professional@freenet.de

Berlin, im Juli 2026
Ansgar Ostermann

Gliederung

- 1. Grundlagen**
- 2. Stückzinsen, Dirty Price, Clean Price**
 - 2.1. Stückzinsen**
 - 2.2. Dirty Price**
 - 2.3. Clean Price**
- 3. Kurs einer endfälligen Anleihe ohne gebrochene Kuponperiode und ohne unterjährige Kuponzahlungen**
- 4. Kurs einer endfälligen Anleihe ohne gebrochene Kuponperiode und mit unterjährigen Kuponzahlungen**
- 5. Kurs einer endfälligen Anleihe mit gebrochener Kuponperiode und ohne bzw. mit unterjährigen Kuponzahlungen**
- 6. Kurs eines Zerobonds**
- 7. Kurs einer ewigen Rente**

1. Grundlagen

- Unter dem i.d.R. in Prozent ausgedrückten Kurs eines verzinslichen Wertpapiers C'_0 versteht man den anhand des Marktzinssatzes berechneten Barwert aller durch ein Wertpapier mit einem Nominalwert von 100 Geldeinheit (GE) generierten zukünftigen Zahlungen.
- Gemäß der Barwertformel bei geometrischer (= zinseszinslicher) Verzinsung gilt:

$$C'_0(i_{eff}) = \sum_{t>0}^T \frac{CF_t}{(1 + i_{eff})^t}$$

$$C'_0(i_{eff})[\%] = \frac{C'_0(i_{eff})}{100}$$

$C'_0(i_{eff}) = C'_{0(dirty)}(i_{eff})$ = Kurs (Dirty Price) bzw. Barwert einer Anleihe mit einem Nominalwert von 100 GE im Zeitpunkt $t = 0$. Der Kurs wird anhand einer gegebenen Rendite berechnet. Im Falle einer gebrochenen Kuponperiode ergibt sich ein Dirty Price, d. h. ein Kurs inkl. Stückzinsen.

C_0 = Kapitalwert

$C_0 = \sum$ Diskontierte zukünftige Einzahlungsüberschüsse $- A_0$

$C_0 = C'_0 - A_0 \Leftrightarrow C'_0 = A_0$

A_0 = Anfangsauszahlung in %

t (für $t > 0$) = Zahlungszeitpunkte für Zins- und Tilgungsfälligkeiten [Jahre]

T = Restlaufzeit [Jahre]

CF_t = Cash Flow (= Einzahlungsüberschuss) in Periode $t > 0$ pro 100 GE

i_{eff} = Effektivzinssatz, interner Zinsfuß der Anleihe (ISMA-Rendite), Jahresrendite, Marktzinssatz

$1 + i_{eff} = q' =$ Aufzinsungsfaktor unter Berücksichtigung des Effektivzinssatzs i_{eff}

$1 + i_{nom} = q =$ Aufzinsungsfaktor unter Berücksichtigung des Nominalzinssatzs i_{nom}

- Bei $C'_0 = 100\%$ notiert die Anleihe zu pari. Bei $C'_0 > 100\%$ notiert die Anleihe über pari. $C'_0 < 100\%$ notiert die Anleihe unter pari. Falls die Rückzahlung nicht zu 100%, sondern mit Aufschlag oder Abschlag (= Agio oder Disagio) erfolgt, ist die Aussagekraft dieser Differenzierung eingeschränkt.
- Beispiel:

Eine Anleihe mit Zinstermen 01.06. und 01.12. sowie einem Nominalzinssatz von 7% wird mit Valuta-Datum 16.03. gekauft. Endfälligkeit der Anleihe zu pari ist der 01.12. des übernächsten Jahres. Die Rendite vergleichbarer Anleihen mit entsprechender Restlaufzeit beträgt 5% p.a. Zinsberechnungsmethode = 30/360. Berechne den Kurs (Dirty Price) der Anleihe zum Kaufzeitpunkt.

$$C'_0(i_{eff}) = \sum_{t>0}^T \frac{CF_t}{(1+i_{eff})^t}$$

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{3,5}{(1+0,05)^{\frac{75}{360}}} + \frac{3,5}{(1+0,05)^{\frac{255}{360}}} + \frac{3,5}{(1+0,05)^{\frac{435}{360}}} + \frac{3,5}{(1+0,05)^{\frac{615}{360}}} +$$

$$\frac{3,5}{(1+0,05)^{\frac{795}{360}}} + \frac{103,5}{(1+0,05)^{\frac{975}{360}}} = 107,196527637 \text{ GE}$$

Alternativ kann auch mit dem zu i_{eff} konformen (äquivalenten) unterjährigen Periodenzinssatz bzw. Subperiodenzinssatz $\hat{i}_m$ gerechnet werden:

$$\hat{i}_m = \sqrt[m]{1+i_{eff}} - 1$$

$m = subp' =$ Sub- bzw. Zinsperioden pro Jahr: Jahre ($j = 1$) $\vee$ Halbjahre ($h = 2$)
 $\vee$ Quartale ($q = 4$) $\vee$ Monate ($m = 12$) $\vee$ Tage ($t = 360$)

$$\hat{i}_m = \sqrt[2]{1+0,05} - 1 = 2,469507659\%$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{3,5}{(1+0,02469507659)^{\frac{75}{180}}} + \frac{3,5}{(1+0,02469507659)^{\frac{255}{180}}} +$$

$$\frac{3,5}{(1+0,02469507659)^{\frac{435}{180}}} + \frac{3,5}{(1+0,02469507659)^{\frac{615}{180}}} +$$

$$\frac{3,5}{(1+0,02469507659)^{\frac{795}{180}}} + \frac{103,5}{(1+0,02469507659)^{\frac{975}{180}}}$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = 107,196527637 \text{ GE}$$

$$C'_0(\hat{i}_m) [\%] = \frac{C'_0(\hat{i}_m)}{100} = 107,196527637\%$$

2. Stückzinsen, Dirty Price, Clean Price

2.1. Stückzinsen

- Ausstehender, anteiliger Zinsbetrag, der seit dem letzten Zinstermin (einschließlich) bis zum Valutatag des Anleihe-Verkaufs bzw. des Anleihe-Kaufs (ausschließlich) aufgelaufen ist. Während der Laufzeit der Anleihe hat der Inhaber einen Anspruch auf Zahlung des Zinskupons bis zum Fälligkeitstermin bzw. bis zum vorzeitigen Verkauf des Wertpapiers. Dabei steht ihm für jeden Tag der Laufzeit, den er im Besitz der Anleihe ist, der anteilige Zinsbetrag (= Stückzins) zu.

Verkauft er die Anleihe vor dem eigentlichen Zinstermin, bekommt er den seit der letzten Ausschüttung bis vor dem Valutatag der Verkaufsabrechnung angefallenen Stückzinsbetrag vom Käufer bezahlt. Der Käufer erhält am nächsten Zinstermin den vollen Kupon der entsprechenden Zinsperiode als Ausgleich – effektiv aber nur den Zinsanteil, der seit dem Anleihekauf angefallen ist. Die Regelung dient der Abrechnung der aufgelaufenen Stückzinsen zwischen den Zinsterminen, die der Käufer dem Verkäufer schuldet und somit in Rechnung gestellt bekommt.

- Die Berechnung der Stückzinstage ist abhängig von der Zinsberechnungsmethode der Anleihe, die sich den jeweiligen Verkaufsprospekten entnehmen lässt. Einzelheiten zur Stückzinsberechnung sind dem entsprechenden Skript zu entnehmen.

2.2. Dirty Price

- **Synonyme**

Dirty Price-Notierung
Flat-Notierung
Flat-Notiz
cum Kupon

- **Gegenteil**

Clean Price
Clean Price-Notierung
ex Kupon

- **Definition**

Dirty Price = Clean Price + Stückzinsen

Bei Dirty Price-Notierung wird der Kurs eines verzinslichen Wertpapiers inklusive der anteiligen aufgelaufenen Zinsen ausgewiesen, im Gegensatz zur Clean-Price-Notierung, bei welcher der Kurs und die anteiligen Stückzinsen separat ausgewiesen werden.

- **Details**

Dirty Price-Notierung ist insbesondere bei Genussscheinen üblich.

Wird der Zinssatz für eine Zinsperiode nachträglich festgelegt – wie z.B. bei Staatsanleihen mit einer vom Bruttoinlandsprodukt abhängigen Verzinsung –, erfolgt eine Dirty Price-Notierung.

Bei Anleihen mit ausgesetzten Zinszahlungen bzw. bei Anleihen im Default erfolgt eine Dirty Price Notierung. Durch diese Flat-Notierung wird sichergestellt, dass Verkäufer von im Default befindlichen Anleihen nicht trotz der Zahlungseinstellung des Emittenten zu Unrecht Stückzinsen erhalten.

- **x-flat**

Werden Anleihen x-flat (= dirty) gehandelt, werden weder die Stückzinsen noch der Poolfaktor noch sonstige Faktoren handels- und abrechnungstechnisch berücksichtigt. Stückzinsberechnungen sowie sämtliche Anpassungen des Nominalwertes durch Poolfaktoren werden unterdrückt.

"x" steht für ex (ohne, außer, nach Abzug von).

2.3. Clean Price

- **Synonyme**

Clean Price-Notierung
ex Kupon

- **Gegenteil**

Dirty Price
Dirty Price-Notierung
Flat-Notierung
Flat-Notiz
cum Kupon

- **Definition**

Clean Price = Dirty Price – Stückzinsen

Bei Clean Price-Notierung wird der Kurs eines verzinslichen Wertpapiers ohne die anteiligen aufgelaufenen Zinsen ausgewiesen, im Gegensatz zur Dirty Price-Notierung, bei welcher der Kurs inklusive der anteiligen Stückzinsen ausgewiesen wird.

- **Details**

Bei Floatern wird der Zinssatz für eine Zinsperiode grundsätzlich zu Beginn dieser Zinsperiode, d.h. im Voraus festgelegt, so dass eine Clean Price-Notierung möglich ist.

3. Kurs einer endfälligen Anleihe ohne gebrochene Kuponperiode und ohne unterjährige Kuponzahlungen

- Der Kurs einer endfälligen Kuponanleihe mit konstanten Kupons setzt sich zusammen aus dem Barwert der Kuponzahlen und dem Barwert des Rückzahlungsbetrages R:

$$C'_0(i_{eff}) = \sum_{t>0}^T \frac{\overline{CF}}{(1+i_{eff})^t} + \frac{R}{(1+i_{eff})^T}$$

$C'_0(i_{eff}) = C'_{0(dirty)}(i_{eff})$ = Kurs (Dirty Price) bzw. Barwert einer Anleihe mit einem Nominalwert von 100 GE im Zeitpunkt $t = 0$
 t (für $t > 0$; $t = 1, 2, 3, \dots$) = Zahlungszeitpunkte für Zinsfälligkeiten [Jahre]
 T = Restlaufzeit [Jahre]

$\overline{CF}$ = Konstanter Cash Flow (= Einzahlungsüberschuss) in Periode $t > 0$ pro 100 GE aufgrund von jährlichen Kuponzahlungen

R = Rückzahlungsbetrag

i_{eff} = Effektivzinssatz, interner Zinsfuß der Anleihe (ISMA-Rendite), Jahresrendite, Marktzinssatz

Der erste Term ist der Barwert der Kuponzahlungen, der zweite Term ist der Barwert der Rückzahlung.

- Der erste Term ist der Barwert einer n-mal nachschüssig zahlbaren Zeitrente $\overline{CF}$:

$$C'_{0,Kupons}(i_{eff}) = \overline{CF} * \frac{(1+i_{eff})^T - 1}{(1+i_{eff})^T * i}$$

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{\overline{CF} * (1+i_{eff})^T - 1}{(1+i_{eff})^T * i} + \frac{R}{(1+i_{eff})^T}$$

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{1}{(1+i_{eff})^T} * \left(\overline{CF} * \frac{(1+i_{eff})^T - 1}{i_{eff}} + R \right)$$

- Für $R = 100$ kann wie folgt umgeformt werden:

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{\overline{CF} * (1+i_{eff})^T - 1}{(1+i_{eff})^T * i} + \frac{100}{(1+i_{eff})^T}$$

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{\overline{CF}}{i_{eff}} - \frac{1}{(1+i_{eff})^T} * \frac{\overline{CF}}{i_{eff}} + \frac{100}{(1+i_{eff})^T}$$

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{\overline{CF}}{i_{eff}} + \frac{1}{(1+i_{eff})^T} * \left(100 - \frac{\overline{CF}}{i_{eff}} \right)$$

$$C'_0(i_{eff})[\%] = \frac{p}{i_{eff}} + \frac{1}{(1+i_{eff})^T} * \left(1 - \frac{p}{i_{eff}}\right)$$

$p = CF = \text{fixer jährlicher Kuponsatz } [\%], \text{ Nominalzins in } \%$

- Gebräuchlich ist auch folgende Kursformel:

$$C'_0(i_{eff})[\%] = p * \frac{1}{(1+i_{eff})^T} * \frac{(1+i_{eff})^T - 1}{i_{eff}} + \frac{1}{(1+i_{eff})^T}$$

bzw.

$$C'_0(i_{eff})[\%] = p * \frac{1}{q'^T} * \frac{q'^T - 1}{q' - 1} + \frac{1}{q'^T}$$

$1 + i_{eff} = q' = \text{Aufzinsungsfaktor unter Berücksichtigung des Effektivzins-}$
 $\text{satzes } i_{eff}$

Herleitung:

$$C'_0(i_{eff})[\%] = \frac{p}{i_{eff}} + \frac{1}{(1+i_{eff})^T} * \left(1 - \frac{p}{i_{eff}}\right)$$

$$C'_0(i_{eff})[\%] = \frac{p}{i_{eff}} + \frac{1}{(1+i_{eff})^T} - \frac{p}{i * (1+i_{eff})^T}$$

$$C'_0(i_{eff})[\%] = p * \left(\frac{1}{i_{eff}} - \frac{1}{i_{eff} * (1+i_{eff})^T} \right) + \frac{1}{(1+i_{eff})^T}$$

$$C'_0(i_{eff})[\%] = p * \left(\frac{(1+i_{eff})^T}{i_{eff} * (1+i_{eff})^T} - \frac{1}{i_{eff} * (1+i_{eff})^T} \right) + \frac{1}{(1+i_{eff})^T}$$

$$C'_0(i_{eff})[\%] = p * \left(\frac{(1+i_{eff})^T - 1}{i_{eff} * (1+i_{eff})^T} \right) + \frac{1}{(1+i_{eff})^T}$$

$$C'_0(i_{eff})[\%] = p * \frac{(1+i_{eff})^T - 1}{i_{eff} * (1+i_{eff})^T} + \frac{1}{(1+i_{eff})^T}$$

$$C'_0(i_{eff})[\%] = p * \frac{1}{(1+i_{eff})^T} * \frac{(1+i_{eff})^T - 1}{i_{eff}} + \frac{1}{(1+i_{eff})^T}$$

- Beispiel:

Nominalwert: 100
 Kupon: 6,5%
 Restlaufzeit: 5 Jahre
 Rückzahlung: 102
 Marktzinssatz: 4,82%
 Zinsberechnungsmethode: 30/360
 Kurs (Dirty Price): ?

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{1}{(1 + i_{eff})^T} * \left(\overline{CF} * \frac{(1 + i_{eff})^T - 1}{i_{eff}} + R \right)$$

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{1}{(1 + 0,0482)^5} * \left(6,5 * \frac{(1 + 0,0482)^5 - 1}{0,0482} + 102 \right)$$

$$C'_0(i_{eff}) = 108,89040844 \text{ GE}$$

$$C'_0(i_{eff})[\%] = \frac{C'_0}{100} = 108,89040844\%$$

Lösung mit Excel-KURS-Funktion:

Funktionsargumente

KURS			
Abrechnung	"01.01.2000"		= "01.01.2000"
Fälligkeit	"01.01.2005"		= "01.01.2005"
Zins	6,5%		= 0,065
Rendite	4,82%		= 0,0482
Rückzahlung	102		= 102
Häufigkeit	1		= 1
Basis	0		= 0
			= 108,8904084

Kurs gem. Excel-KURS-Funktion (clean): 108,8904084 (über Basis = 0)

Stückzinsen für 0 Tage: 0,00

Anfangsauszahlung (dirty): 108,8904084

$$C'_{0(dirty)}(i_{eff}) = 108,8904084 \text{ GE}$$

$$C'_{0(clean)}(i_{eff}) = 108,8904084 \text{ GE}$$

4. Kurs einer endfälligen Anleihe ohne gebrochene Kuponperiode und mit unterjährigen Kuponzahlungen

- Kuponzahlungen können anstatt jährlich auch halbjährlich, quartalsweise oder monatlich erfolgen. Zur Ermittlung des fairen Preises einer solchen Anleihe verwendet man die kürzeren, unterjährigen Perioden (= Subperioden) als Basisperioden mit jeweiliger Kuponzahlung in Höhe von $\frac{\overline{CF}}{m}$.

m = Zahl der Subperioden eines Jahres

Die (Rest-)Laufzeit beträgt dann $T * m$ Subperioden.

- Für die Kursberechnung von Anleihen mit unterjährigen Kuponzahlungen kann als Rendite auch der zur Jahresrendite i_{eff} konforme (äquivalente) unterjährige Periodenzinssatz bzw. Subperiodenzinssatz $\hat{i}_m$ verwendet werden:

$$\hat{i}_m = \sqrt[m]{1 + i_{eff}} - 1$$

Für den Diskontierungsfaktor gilt dann

$$\frac{1}{(1 + \hat{i}_m)^{\frac{Tage}{180 \vee 90 \vee 30}}}$$

anstatt

$$\frac{1}{(1 + i_{eff})^{\frac{Tage}{360}}}$$

- Die Kursberechnung anhand der konformen unterjährigen Rendite ermöglicht die Verwendung einer geschlossenen Gleichung, was bei langen Zahlungsreihen zweckmäßig ist. Ausgehend von

$$C_0'(i_{eff}) = \frac{1}{(1 + i_{eff})^T} * \left(\overline{CF} * \frac{(1 + i_{eff})^T - 1}{i_{eff}} + R \right)$$

ergibt sich für den Kurs einer endfälligen Anleihe ohne gebrochene Kuponperiode und mit unterjährigen Kuponzahlungen:

$$C_0'(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + \hat{i}_m)^{T*m}} * \left(\frac{\overline{CF}}{m} * \frac{(1 + \hat{i}_m)^{T*m} - 1}{\hat{i}_m} + R \right)$$

- In dieser geschlossenen Gleichung darf anstatt der konformen unterjährigen Rendite $\hat{i}_m$ kein Effektivzinssatz herangezogen werden, der nach Maßgabe der Formel

$$i_{eff} = (1 + i_m)^m - 1$$

bzw.

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{i_{nom}}{m}\right)^m - 1$$

als die zu i_m konforme Jahresrendite aus der relativen unterjährig Rendite

$$i_m = \frac{i_{nom}}{m}$$

berechnet wird. Die Renditen i_m (bei $T * m$ Subperioden) und i_{eff} (bei T Perioden) führen nicht zum gleichen Kurs (siehe auch nachfolgendes Beispiel 2).

- Beispiel 1:

Nominalwert:	100
Kupon:	6,5% p.a.
Kuponzahlungen:	halbjährlich
Restlaufzeit:	8 Jahre
Rückzahlung:	100
Marktzinssatz:	4,82%
Zinsberechnungsmethode:	30/360
Kurs (Dirty Price):	?

Kursberechnung anhand i_{eff}

$$C'_0(i_{eff}) = \sum_{t>0}^T \frac{CF_t}{(1 + i_{eff})^t}$$

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{3,25}{1,0482^{\frac{180}{360}}} + \frac{3,25}{1,0482^{\frac{360}{360}}} + \frac{3,25}{1,0482^{\frac{540}{360}}} + \frac{3,25}{1,0482^{\frac{720}{360}}} + \frac{3,25}{1,0482^{\frac{900}{360}}} +$$

$$\frac{3,25}{1,0482^{\frac{1080}{360}}} + \frac{3,25}{1,0482^{\frac{1260}{360}}} + \frac{3,25}{1,0482^{\frac{1440}{360}}} + \frac{3,25}{1,0482^{\frac{1620}{360}}} + \frac{3,25}{1,0482^{\frac{1800}{360}}} +$$

$$\frac{3,25}{1,0482^{\frac{1980}{360}}} + \frac{3,25}{1,0482^{\frac{2160}{360}}} + \frac{3,25}{1,0482^{\frac{2340}{360}}} + \frac{3,25}{1,0482^{\frac{2520}{360}}} + \frac{3,25}{1,0482^{\frac{2700}{360}}} +$$

$$\frac{3,25}{1,0482^{\frac{2880}{360}}} = 111,441579497 \text{ GE}$$

$$C'_0(i_{eff})[\%] = \frac{C'_0(i_{eff})}{100} = 111,441579497\%$$

Kursberechnung anhand $\hat{i}_m$

$$\hat{i}_m = \sqrt[m]{1 + i_{eff}} - 1$$

$$\hat{i}_m = \sqrt[2]{1 + 0,0482} - 1 = 2,381638979\%$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + \hat{i}_m)^{T \cdot m}} * \left(\frac{CF}{m} * \frac{(1 + \hat{i}_m)^{T \cdot m} - 1}{\hat{i}_m} + R \right)$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + 0,02381638979)^{8 \cdot 2}} * \left(\frac{6,5}{2} * \frac{(1 + 0,02381638979)^{8 \cdot 2} - 1}{0,02381638979} + 100 \right)$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = 111,441579497 \text{ GE}$$

$$C'_0(\hat{i}_m)[\%] = \frac{C'_0(\hat{i}_m)}{100} = 111,441579497\%$$

Lösung mit Excel-KURS-Funktion:

Funktionsargumente

KURS			
Abrechnung	"01.01.2000"		= "01.01.2000"
Fälligkeit	"01.01.2008"		= "01.01.2008"
Zins	6,5%		= 0,065
Rendite	4,82%		= 0,0482
Rückzahlung	100		= 100
Häufigkeit	2		= 2
Basis	0		= 0
			= 111,0434017

Kurs gem. Excel-KURS-Funktion (clean): 111,0434017 (über Basis = 0)

Stückzinsen für 0 Tage: 0,00

Anfangsauszahlung (dirty): 111,0434017

$$C'_{0(dirty)}(i_{eff}) = 111,0434017 \text{ GE}$$

$$C'_{0(clean)}(i_{eff}) = 111,0434017 \text{ GE}$$

Feststellung: Die Excel-KURS-Funktion rechnet bei unterjährigen Kuponzahlungen nicht korrekt! Excel verwendet dann für die Kursberechnung als Rendite die relative unterjährige Rendite $i_m = \frac{i_{eff}}{m}$ und nicht die zur Jahresrendite i_{eff} konforme (äquivalente) unterjährige Rendite $\hat{i}_m$.

$$i_m = \frac{i_{eff}}{m}$$

$$C'_0(i_m) = \frac{1}{(1 + i_m)^{T \cdot m}} * \left(\frac{CF}{m} * \frac{(1 + i_m)^{T \cdot m} - 1}{i_m} + R \right)$$

$$i_m = \frac{0,0482}{2} = 2,41\%$$

$$C'_0(i_m) = \frac{1}{(1 + 0,0241)^{8 \cdot 2}} * \left(\frac{6,5}{2} * \frac{(1 + 0,0241)^{8 \cdot 2} - 1}{0,0241} + 100 \right)$$

$$C'_0(i_m) = 111,0434017 \text{ GE}$$

Lösung mit Anleiherechner¹:

Nennwert:	1.000.000,00 Euro	
Kaufkurs:	111,445 %	☒ Kaufkurs berechnen
Rückgabekurs:	100,000 %	☐ Rückgabekurs berechnen
Kaufdatum:	01.01.2000 ◀ Heute + -	
Rückgabedatum:	01.01.2008 ◀ Heute + -	
Zinskupon:	6,500 % p.a.	☐ Zinskupon berechnen
Kupontermin:	01.01. ◀ Heute + -	
Kuponintervall:	halbjährlich ▼	
☐ Gebühren:	nicht berücksichtigen	
Rendite:	4,820 % p.a.	☐ Rendite berechnen
☐ Steuersatz:	nicht berücksichtigen	

Ergebnis		
	Der erforderliche Kaufkurs beträgt:	111,445 %
?	Rendite:	4,820 % p.a. (interner Zinssatz, IRR)
?	Anlagedauer:	8,00 Jahre
?	Stückzinsen bei Kauf:	0,00 Euro
?	Kuponzahlungen:	520.000,00 Euro
?	Kursgewinn:	-114.453,94 Euro
?	Stückzinsen bei Rückgabe:	0,00 Euro
?	Gesamtgewinn:	405.546,06 Euro

¹ <https://www.zinsen-berechnen.de/bondrechner.php>

Der Anleiherechner verwendet die Zinsberechnungsmethode act./act.

Kurs gem. Anleiherechner (clean): 111,445
 Stückzinsen für 0 Tage: 0,00
 Anfangsauszahlung (dirty): 111,445

$$C'_0(\hat{i}_m) = 111,445 \text{ GE}$$

• Beispiel 2:

Nominalwert: 100
 Kupon: 6,5% p.a.
 Restlaufzeit: 8 Jahre
 Rückzahlung: 100
 Marktzinssatz: 4,82%
 Zinsberechnungsmethode: 30/360

Berechne den Kurs C'_0 (Dirty Price) und den Endwert K_n

- bei jährlicher Zinszahlung;
- bei halbjährlicher Zinszahlung, wenn als Rendite die relative unterjährige Rendite verwendet wird;
- bei halbjährlicher Zinszahlung, wenn als Rendite die zum Marktzinssatz konforme (äquivalente) unterjährige Rendite verwendet wird;
- bei halbjährlicher Zinszahlung, wenn als Rendite der zur relativen unterjährigen Rendite konforme (äquivalente) Jahreszinssatz (= Effektivzinssatz) verwendet wird.
- Fasse die Ergebnisse zu a) bis d) tabellarisch zusammen.

a)

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{1}{(1 + i_{eff})^T} * \left(\overline{CF} * \frac{(1 + i_{eff})^T - 1}{i_{eff}} + R \right)$$

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{1}{(1 + 0,0482)^8} * \left(6,5 * \frac{(1 + 0,0482)^8 - 1}{0,0482} + 100 \right) = 110,937645285 \text{ GE}$$

$$C'_0(i_{eff})[\%] = \frac{C'_0(i_{eff})}{100} = 110,937645285\%$$

$$K_n(i_{eff}) = C'_0(i_{eff}) * (1 + i_{eff})^T$$

$$K_n(i_{eff}) = 110,937645285 * (1 + 0,0482)^8 = 161,671023011 \text{ GE}$$

b)

$$C'_0(i_m) = \frac{1}{(1 + i_m)^{T*m}} * \left(\frac{\overline{CF}}{m} * \frac{(1 + i_m)^{T*m} - 1}{i_m} + R \right)$$

$$i_m = \frac{i}{m}$$

$$C'_0(i_m) = \frac{1}{\left(1 + \frac{0,0482}{2}\right)^{8*2}} * \left(\frac{6,5}{2} * \frac{\left(1 + \frac{0,0482}{2}\right)^{8*2} - 1}{\frac{0,0482}{2}} + 100 \right)$$

$$C'_0(i_m) = 111,043401688 \text{ GE}$$

$$C'_0(i_m) [\%] = \frac{C'_0(i_m)}{100} = 111,043401688\%$$

$$K_n(i_m) = C'_0(i_m) * (1 + i_m)^{T*m}$$

$$K_n(i_m) = 111,043401688 * \left(1 + \frac{0,0482}{2}\right)^{8*2} = 162,543877494 \text{ GE}$$

c)

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + \hat{i}_m)^{T*m}} * \left(\frac{\overline{CF}}{m} * \frac{(1 + \hat{i}_m)^{T*m} - 1}{\hat{i}_m} + R \right)$$

$$\hat{i}_m = \sqrt[m]{1 + i} - 1$$

$$\hat{i}_m = \sqrt[2]{1 + 0,0482} - 1 = 2,381638979\%$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + 0,02381638979)^{8*2}} * \left(\frac{6,5}{2} * \frac{(1 + 0,02381638979)^{8*2} - 1}{0,02381638979} + 100 \right)$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = 111,441579497 \text{ GE}$$

$$C'_0(\hat{i}_m) [\%] = \frac{C'_0(\hat{i}_m)}{100} = 111,441579497\%$$

$$K_n(\hat{i}_m) = C'_0(\hat{i}_m) * (1 + \hat{i}_m)^{T*m}$$

$$K_n(\hat{i}_m) = 111,441579497 * (1 + 0,02381638979)^{8*2} = 162,405413576 \text{ GE}$$

d)

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{1}{(1 + i_{eff})^T} * \left(\overline{CF} * \frac{(1 + i_{eff})^T - 1}{i_{eff}} + R \right)$$

$$i_m = \frac{i}{m}$$

$$i_{eff} = (1 + i_m)^m - 1$$

$$i_{eff} = \left(1 + \frac{0,0482}{2}\right)^2 - 1 = 4,878081\%$$

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{1}{(1 + 0,04878081)^8} * \left(6,5 * \frac{(1 + 0,04878081)^8 - 1}{0,04878081} + 100\right)$$

$$C'_0(i_{eff}) = 110,534666214 \text{ GE}$$

$$K_n(i_{eff}) = C'_0(i_{eff}) * (1 + i_{eff})^T$$

$$K_n(i_{eff}) = 110,534666214 * (1 + 0,04878081)^8 = 161,799197169 \text{ GE}$$

e)

$C'_0(i_{eff}) = 110,937645285 \text{ GE}$	$K_n(i_{eff}) = 161,671023011 \text{ GE}$
$C'_0(i_m) = 111,043401688 \text{ GE}$	$K_n(i_m) = 162,543877494 \text{ GE}$
$C'_0(\hat{i}_m) = 111,441579497 \text{ GE}$	$K_n(\hat{i}_m) = 162,405413576 \text{ GE}$
$C'_0(i_{eff}) = 110,534666214 \text{ GE}$	$K_n(i_{eff}) = 161,799197169 \text{ GE}$

5. Kurs einer endfälligen Anleihe mit gebrochener Kuponperiode und ohne bzw. mit unterjährigen Kuponzahlungen

- Der Kauf der Anleihe erfolgt zwischen zwei Zinsfälligkeitsterminen und wird bis zur Endfälligkeit gehalten. Die Anleihe hat dann eine Restlaufzeit von T ganzen Jahren zuzüglich einem anfänglichen gebrochenen Jahresanteil $\frac{\check{t}}{\check{n}}$.
- Beim Kauf und Verkauf endfälliger Anleihen mit gebrochener Kuponperiode fallen Stückzinsen an. $C'_0(i_{eff})$ ist ein Dirty Price.

$$SZ = \frac{KS}{m} * \frac{\check{t}}{\check{n}} * NW$$

$SZ = \text{Stückzinsen}$

$KS = \text{Jährlicher Kuponsatz}$

$m = \text{Kuponfrequenz pro Jahr (z.B. 2 bei halbjährlichen Kuponzahlungen)}$

$\check{t} = \text{Anzahl der Tage vom letzten Zinstermin (einschließlich) bis zum Valutatag (ausschließlich); Anzahl der unterjährigen Tage entsprechend der jeweils angewandten Zinsberechnungsmethode}$

$\check{n} = \text{Anzahl der Tage in der Zins – bzw. Kuponperiode; Anzahl der Tage eines Jahres entsprechend der jeweils angewandten Zinsberechnungsmethode (360, 365, 365,25 oder 366 Tage; bei act./act. u. U. auch 362, 364 oder 368 Tage)}$

$NW = \text{Nominalwert der Anleihe}$

- Die Formel

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{1}{(1 + i_{eff})^T} * \left(\overline{CF} * \frac{(1 + i_{eff})^T - 1}{i_{eff}} + R \right)$$

erfährt bei Anwendung einer geometrischen (= zinseszinslichen) Verzinsung auf den gebrochenen Jahreszeitraum folgende Erweiterung:

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{1}{(1 + i_{eff})^{T + \frac{\check{t}}{\check{n}}}} * \left(\overline{CF} * \frac{(1 + i_{eff})^{T+1} - 1}{i_{eff}} + R \right)$$

Für den Kurs einer endfälligen Anleihe mit gebrochener Kuponperiode und unterjährigen Kuponzahlungen gilt:

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + \hat{i}_m)^{\left(T + \frac{\check{t}}{\check{n}}\right) * m}} * \left(\frac{\overline{CF}}{m} * \frac{(1 + \hat{i}_m)^{\hat{T}} - 1}{\hat{i}_m} + R \right)$$

$$\hat{i}_m = \sqrt[m]{1 + i_{eff}} - 1$$

$\hat{T} = \text{Restlaufzeit der Anleihe in aufgerundeten ganzen Subperioden (z.B. Halb-}$

jahre, Quartale, Monate)

- Beispiel 1:

Nominalwert:	100
Kupon:	6,5% p.a.
Kuponzahlungen:	jährlich
Restlaufzeit:	8 Jahre und 8 Monate
Rückzahlung:	100
Marktzinssatz:	4,82%
Zinsberechnungsmethode:	30/360
Kurs (Dirty Price):	?
Kurs (Clean Price):	?

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{1}{(1 + i_{eff})^{T + \frac{\check{t}}{\check{n}}}} * \left(\overline{CF} * \frac{(1 + i_{eff})^{T+1} - 1}{i_{eff}} + R \right)$$

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{1}{(1 + 0,0482)^{8 + \frac{240}{360}}} * \left(6,5 * \frac{(1 + 0,0482)^{8+1} - 1}{0,0482} + 100 \right)$$

$$C'_0(i_{eff}) = 113,809338168 \text{ GE}$$

$$C'_0(i_{eff})[\%] = \frac{C'_0(i_{eff})}{100} = 113,809338168\%$$

$$C'_{0(dirty)}(i_{eff}) = 113,809338168 \text{ GE}$$

$$SZ = \frac{KS}{m} * \frac{\check{t}}{\check{n}} * NW$$

$$SZ = \frac{0,065}{1} * \frac{120}{360} * 100 = 2,1\bar{6} \text{ GE}$$

$$C'_{0(clean)}(i_{eff}) = 113,809338168 - 2,1\bar{6} = 111,642671501 \text{ GE}$$

Lösung mit Excel-KURS-Funktion:

Funktionsargumente

KURS				
Abrechnung	"01.01.2000"		=	"01.01.2000"
Fälligkeit	"01.09.2008"		=	"01.09.2008"
Zins	6,5%		=	0,065
Rendite	4,82%		=	0,0482
Rückzahlung	100		=	100
Häufigkeit	1		=	1
Basis	0		=	0
				= 111,6426715

Kurs gem. Excel-KURS-Funktion (clean): 111,6426715 (über Basis = 0)

Stückzinsen für 120 Tage: 2,16

Anfangsauszahlung (dirty): 113,8093382

$$C'_{0(dirty)}(i_{eff}) = 113,8093382 \text{ GE}$$

$$C'_{0(clean)}(i_{eff}) = 113,8093382 - 2,16 = 111,6426715 \text{ GE}$$

- Beispiel 2:

Nominalwert: 100
 Kupon: 6,5% p.a.
 Kuponzahlungen: halbjährlich
 Restlaufzeit: 8 Jahre und 8 Monate
 Rückzahlung: 100
 Marktzinssatz: 4,82%
 Zinsberechnungsmethode: 30/360
 Kurs (Dirty Price): ?
 Kurs (Clean Price): ?

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + \hat{i}_m)^{\left(T + \frac{\hat{i}}{\hat{n}}\right) * m}} * \left(\frac{\overline{CF}}{m} * \frac{(1 + \hat{i}_m)^{\hat{T}} - 1}{\hat{i}_m} + R \right)$$

$$\hat{i}_m = \sqrt[m]{1 + i_{eff}} - 1$$

$$\hat{i}_m = \sqrt[2]{1 + 0,0482} - 1 = 2,381638978\%$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + 0,02381638978)^{\left(8 + \frac{240}{360}\right) * 2}} * \left(\frac{6,5}{2} * \frac{(1 + 0,02381638978)^{18} - 1}{0,02381638978} + 100 \right)$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + 0,02381638978)^{16 + \frac{480}{360}}} * \left(3,25 * \frac{(1 + 0,02381638978)^{18} - 1}{0,02381638978} + 100 \right)$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = 114,372714873 \text{ GE}$$

$$C'_0(\hat{i}_m)[\%] = \frac{C'_0(\hat{i}_m)}{100} = 114,372714873\%$$

$$C'_{0(\text{dirty})}(\hat{i}_m) = 114,372714873 \text{ GE}$$

$$SZ = \frac{KS}{m} * \frac{\check{t}}{\check{n}} * NW$$

$$SZ = \frac{0,065}{2} * \frac{120}{180} * 100 = 2,1\bar{6} \text{ GE}$$

$$C'_{0(\text{clean})}(\hat{i}_m) = 114,372714873 - 2,1\bar{6} = 112,206048207 \text{ GE}$$

Lösung mit Excel-KURS-Funktion:

Funktionsargumente

KURS			
Abrechnung	"01.01.2000"		= "01.01.2000"
Fälligkeit	"01.09.2008"		= "01.09.2008"
Zins	6,5%		= 0,065
Rendite	4,82%		= 0,0482
Rückzahlung	100		= 100
Häufigkeit	2		= 2
Basis	0		= 0
			= 111,7789778

Kurs gem. Excel-KURS-Funktion (clean): 111,7789778 (über Basis = 0)

Stückzinsen für 120 Tage: 2,1 $\bar{6}$

Anfangsauszahlung (dirty): 113,9456445

$$C'_{0(\text{dirty})}(\hat{i}_m) = 113,9456445 \text{ GE}$$

$$C'_{0(\text{clean})}(\hat{i}_m) = 113,9456445 - 2,1\bar{6} = 111,7789778 \text{ GE}$$

Feststellung: Die Excel-KURS-Funktion rechnet bei unterjährigen Kuponzahlungen nicht korrekt! Excel verwendet dann für die Kursberechnung als Rendite die relative unterjährige Rendite $i_m = \frac{i_{eff}}{m}$ und nicht die zur Jahresrendite i_{eff} konforme (äquivalente) unterjährige Rendite $\hat{i}_m$.

$$i_m = \frac{i_{eff}}{m}$$

$$C'_0(i_m) = \frac{1}{(1 + i_m)^{\left(r + \frac{t}{n}\right) * m}} * \left(\frac{CF}{m} * \frac{(1 + i_m)^T - 1}{i_m} + R \right)$$

$$i_m = \frac{0,0482}{2} = 2,41\%$$

$$C'_0(i_m) = \frac{1}{(1 + 0,0241)^{16 + \frac{480}{360}}} * \left(\frac{6,5}{2} * \frac{(1 + 0,0241)^{18} - 1}{0,0241} + 100 \right)$$

$$C'_0(i_m) = 113,945644457 \text{ GE}$$

Lösung mit Anleiherechner²:

Nennwert:	1.000.000,00 Euro	
Kaufkurs:	112,206 %	☒ Kaufkurs berechnen
Rückgabekurs:	100,000 %	☐ Rückgabekurs berechnen
Kaufdatum:	01.01.2000 ◀ Heute + - 📅	
Rückgabedatum:	01.09.2008 ◀ Heute + - 📅	
Zinskupon:	6,500 % p.a.	☐ Zinskupon berechnen
Kupontermin:	01.09. ◀ Heute + - 📅	
Kuponintervall:	halbjährlich ▼	
☐ Gebühren:	nicht berücksichtigen	
Rendite:	4,820 % p.a.	☐ Rendite berechnen
☐ Steuersatz:	nicht berücksichtigen	

Ergebnis		
	Der erforderliche Kaufkurs beträgt:	112,206 %
?	Rendite:	4,820 % p.a. (interner Zinssatz, IRR)
?	Anlagedauer:	8,67 Jahre
?	Stückzinsen bei Kauf:	-21.726,03 Euro
?	Kuponzahlungen:	585.000,00 Euro
?	Kursgewinn:	-122.056,41 Euro
?	Stückzinsen bei Rückgabe:	0,00 Euro
?	Gesamtgewinn:	441.217,56 Euro

² <https://www.zinsen-berechnen.de/bondrechner.php>
Der Anleiherechner verwendet die Zinsberechnungsmethode act./act.

Kurs gem. Anleiherechner (clean): 112,206
 Stückzinsen für 120 Tage: 2,172603
 Anfangsauszahlung (dirty): 114,378603

$$C'_{0(dirty)}(\hat{i}_m) = 114,378603 \text{ GE}$$

$$C'_{0(clean)}(\hat{i}_m) = 114,378 - 2,172603 = 112,205 \text{ GE}$$

Feststellung: Der Anleiherechner berechnet die Stückzinsen nicht korrekt und nach act./act.:

$$SZ = \frac{KS}{m} * \frac{\check{t}}{\check{n}} * NW$$

$$SZ = \frac{0,065}{1} * \frac{122}{365} * 100 = 2,172603 \text{ GE}$$

Korrektweise hätte gerechnet werden müssen:

$$SZ = \frac{0,065}{2} * \frac{122}{182} * 100 = 2,178571 \text{ GE}$$

Bei der erste Kuponperiode vom 01.11.1999 bis 01.03.2000 fällt die Zinsvaluta (= letzter Tag, für den der Käufer Stückzinsen zu zahlen hat) in ein Schaltjahr.

- **Beispiel 3:**

Nominalwert: 100
 Kupon: 5% p.a.
 Kuponzahlungen: halbjährlich
 Restlaufzeit: 8 Jahre und 94 Tage
 Rückzahlung: 100
 Marktzinssatz: 6%
 Zinsberechnungsmethode: 30/360
 Kurs (Dirty Price): ?
 Kurs (Clean Price): ?

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + \hat{i}_m)^{\left(T + \frac{\check{t}}{\check{n}}\right) * m}} * \left(\frac{\overline{CF}}{m} * \frac{(1 + \hat{i}_m)^{\hat{T}} - 1}{\hat{i}_m} + R \right)$$

$$\hat{i}_m = \sqrt[m]{1 + i_{eff}} - 1$$

$$\hat{i}_m = \sqrt[2]{1 + 0,06} - 1 = 2,956301409\%$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + 0,02956301409)^{\left(8 + \frac{94}{360}\right) * 2}} * \left(\frac{5}{2} * \frac{(1 + 0,02956301409)^{17} - 1}{0,02956301409} + 100 \right)$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + 0,02956301409)^{16 + \frac{188}{360}}} * \left(2,5 * \frac{(1 + 0,02956301409)^{17} - 1}{0,02956301409} + 100 \right)$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = 95,2882927371 \text{ GE}$$

$$C'_0(\hat{i}_m)[\%] = \frac{C'_0(\hat{i}_m)}{100} = 95,2882927371\%$$

$$C'_{0(\text{dirty})}(\hat{i}_m) = 95,2882927371 \text{ GE}$$

$$SZ = \frac{KS}{m} * \frac{\check{t}}{\check{n}} * NW$$

$$SZ = \frac{0,05}{2} * \frac{86}{180} * 100 = 1,19\bar{4} \text{ GE}$$

$$C'_{0(\text{clean})}(\hat{i}_m) = 95,2882927371 - 1,19\bar{4} = 94,0938482927 \text{ GE}$$

• Beispiel 4:³

Ein Anleger kann am 01.01.00 eine 6,5 %-Anleihe mit Halbjahreskupon 1. Mai / 1. November kaufen, die am 01.11.03 ohne Aufgeld fällig ist. Der Marktzinssatz für Kapitalanlagen mit etwa vierjähriger Laufzeit wird mit 5,25% beziffert. Welchen Preis hat die Anleihe je 100 GE nominal? Beantworte die Frage für die Zinsrechnungsmethoden

- a) 30/360
- b) act./365
- c) act./act., wobei das Jahr 00 ein Schaltjahr sein soll.

a) 30/360

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + \hat{i}_m)^{\left(T + \frac{\check{t}}{\check{n}}\right) * m}} * \left(\frac{\overline{CF}}{m} * \frac{(1 + \hat{i}_m)^{\hat{T}} - 1}{\hat{i}_m} + R \right)$$

$$\hat{i}_m = \sqrt[m]{1 + i_{eff}} - 1$$

$$\hat{i}_m = \sqrt[2]{1 + 0,0525} - 1 = 2,591422643\%$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + 0,02591422643)^{\left(3 + \frac{300}{360}\right) * 2}} * \left(\frac{6,5}{2} * \frac{(1 + 0,02591422643)^8 - 1}{0,02591422643} + 100 \right)$$

³ Kruschwitz: Finanzmathematik, 6. Auflage, S. 170 f.

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + 0,02591422643)^{6+\frac{600}{360}}} * \left(3,25 * \frac{(1 + 0,02591422643)^8 - 1}{0,02591422643} + 100 \right)$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = 105,600473212 \text{ GE}$$

$$C'_0(\hat{i}_m)[\%] = \frac{C'_0(\hat{i}_m)}{100} = 105,600473212\%$$

$$C'_{0(dirty)}(\hat{i}_m) = 105,600473212 \text{ GE}$$

$$SZ = \frac{KS}{m} * \frac{\check{t}}{\check{n}} * NW$$

$$SZ = \frac{0,065}{2} * \frac{60}{180} * 100 = 1,08\bar{3} \text{ GE}$$

$$C'_{0(clean)}(\hat{i}_m) = 105,600473212 - 1,08\bar{3} = 104,517139879 \text{ GE}$$

b) act./365

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + \hat{i}_m)^{\left(T + \frac{\check{t}}{\check{n}}\right) * m}} * \left(\frac{\overline{CF}}{m} * \frac{(1 + \hat{i}_m)^{\hat{T}} - 1}{\hat{i}_m} + R \right)$$

$$\hat{i}_m = \sqrt[m]{1 + i_{eff}} - 1$$

$$\hat{i}_m = \sqrt[2]{1 + 0,0525} - 1 = 2,591422643\%$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + 0,02591422643)^{\left(3 + \frac{304}{365}\right) * 2}} * \left(\frac{6,5}{2} * \frac{(1 + 0,02591422643)^8 - 1}{0,02591422643} + 100 \right)$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + 0,02591422643)^{6+\frac{608}{365}}} * \left(3,25 * \frac{(1 + 0,02591422643)^8 - 1}{0,02591422643} + 100 \right)$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = 105,602940545 \text{ GE}$$

$$C'_0(\hat{i}_m)[\%] = \frac{C'_0(\hat{i}_m)}{100} = 105,602940545\%$$

$$C'_{0(dirty)}(\hat{i}_m) = 105,602940545 \text{ GE}$$

$$SZ = \frac{KS}{m} * \frac{\check{t}}{\check{n}} * NW$$

$$SZ = \frac{0,065}{2} * \frac{61}{182} * 100 = 1,08928571429 \text{ GE}$$

$$C'_{0(clean)}(\hat{i}_m) = 105,602940545 - 1,08928571429 = 104,513654831 \text{ GE}$$

c) act./act.

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + \hat{i}_m)^{\left(T + \frac{\check{t}}{\check{n}}\right) * m}} * \left(\frac{\overline{CF}}{m} * \frac{(1 + \hat{i}_m)^{\hat{T}} - 1}{\hat{i}_m} + R \right)$$

$$\hat{i}_m = \sqrt[m]{1 + i_{eff}} - 1$$

$$\hat{i}_m = \sqrt[2]{1 + 0,0525} - 1 = 2,591422643\%$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + 0,02591423)^{\left(3 + \frac{305}{364}\right) * 2}} * \left(\frac{6,5}{2} * \frac{(1 + 0,02591422643)^8 - 1}{0,02591423} + 100 \right)$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = \frac{1}{(1 + 0,02591422643)^{6 + \frac{610}{364}}} * \left(3,25 * \frac{(1 + 0,02591422643)^8 - 1}{0,02591422643} + 100 \right)$$

$$C'_0(\hat{i}_m) = 105,575735289 \text{ GE}$$

$$C'_0(\hat{i}_m)[\%] = \frac{C'_0(\hat{i}_m)}{100} = 105,575735289\%$$

$$C'_{0(dirty)}(\hat{i}_m) = 105,575735289 \text{ GE}$$

$$SZ = \frac{KS}{m} * \frac{\check{t}}{\check{n}} * NW$$

$$SZ = \frac{0,065}{2} * \frac{61}{182} * 100 = 1,08928571429 \text{ GE}$$

$$C'_{0(clean)}(\hat{i}_m) = 105,575735289 - 1,08928571429 = 104,486449575 \text{ GE}$$

Bei halbjährlichen Kuponzahlungen und Anwendung der Zinsberechnungsmethode act./act. ist zu beachten, dass die Länge der Kuponperiode in Tagen, in der ein Kauf bzw. Verkauf stattfindet, mit 2 zu multiplizieren ist, um die rechnerische Anzahl der Tage des Jahres zu bestimmen. Im Ergebnis kann sich ein verkürztes Jahr (362 bzw. 364 Tage) oder ein überlanges Jahr (366 bzw. 368 Tage) ergeben.

01.11.1999 bis 01.05.2000 = 182 Tage (inkl. einem 29. Februar)

182 Tage * 2 = 364 Tage

Ist im Fall von unterjährigen Kuponzahlungen bei act./act. die Anzahl der Tage eines Jahres in eine finanzmathematische Formel einzusetzen, ist darauf zu achten, dass erforderlichenfalls 362, 364, 366 oder 368 Tage zu verwenden sind.

Lösung mit Anleiherechner⁴:

Nennwert:	1.000.000,00 Euro	
Kaufkurs:	104,519 %	☒ Kaufkurs berechnen
Rückgabekurs:	100,000 %	☐ Rückgabekurs berechnen
Kaufdatum:	01.01.2000 ◀ Heute + -	
Rückgabedatum:	01.11.2003 ◀ Heute + -	
Zinskupon:	6,500 % p.a.	☐ Zinskupon berechnen
Kupontermin:	01.11. ◀ Heute + -	
Kuponintervall:	halbjährlich ▼	
☐ Gebühren:	nicht berücksichtigen	
Rendite:	5,250 % p.a.	☐ Rendite berechnen
☐ Steuersatz:	nicht berücksichtigen	

Ergebnis		
	Der erforderliche Kaufkurs beträgt:	104,519 %
?	Rendite:	5,250 % p.a. (interner Zinssatz, IRR)
?	Anlagedauer:	3,83 Jahre
?	Stückzinsen bei Kauf:	-10.863,01 Euro
?	Kuponzahlungen:	260.000,00 Euro
?	Kursgewinn:	-45.187,60 Euro
?	Stückzinsen bei Rückgabe:	0,00 Euro
?	Gesamtgewinn:	203.949,39 Euro

Kurs gem. Anleiherechner (clean): 104,519
 Stückzinsen für 61 Tage: 1,086301
 Anfangsauszahlung (dirty): 105,605301

$$C'_{0(\text{dirty})}(\hat{i}_m) = 105,605301 \text{ GE}$$

$$C'_{0(\text{clean})}(\hat{i}_m) = 105,605301 - 1,086301 = 104,519 \text{ GE}$$

Feststellung: Der Anleiherechner berechnet weder den Clean Price noch die Stückzinsen korrekt (act./act.).

⁴ <https://www.zinsen-berechnen.de/bondrechner.php>
 Der Anleiherechner verwendet die Zinsberechnungsmethode act./act.

6. Kurs eines Zerobonds

- Aus

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{1}{(1 + i_{eff})^T} * \left(\overline{CF} * \frac{(1 + i_{eff})^T - 1}{i_{eff}} + R \right)$$

folgt für $\overline{CF} = 0$:

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{R}{(1 + i_{eff})^T}$$

- Beispiel:

Nominalwert:	100
Kupon:	0%
Restlaufzeit:	10 Jahre
Rückzahlung:	100
Marktzinssatz:	5,75%
Kurs:	?

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{R}{(1 + i_{eff})^T}$$

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{100}{(1 + 0,0575)^{10}} = 57,1736922338 \text{ GE}$$

7. Kurs einer ewigen Rente

- Kurs einer ewigen nachschüssigen Rente:

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{\overline{CF}}{i_{eff}}$$

- Kurs einer ewigen vorschüssigen Rente:

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{(1 + i_{eff}) * \overline{CF}}{i_{eff}}$$

- Beispiel:

Nominalwert:	100
Kupon:	6%
Marktzinssatz:	7,5%
Kurs:	?

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{\overline{CF}}{i_{eff}}$$

$$C'_0(i_{eff}) = \frac{6}{0,075} = 80,00 \text{ GE}$$